Контрольная работа по Статистике
Вариант №4

Задание 1.

Исследование статистических совокупностей.

1. Сгруппируйте предприятия в 5 групп с равными интервалами по факторному показателю *X*. Рассчитайте средние значения каждого показателя по каждой группе и определите медиану и моду показателя *X* (рассчитайте алгебраически и представьте графическую интерпретацию).
2. На основе полученной аналитической группировки сделайте выводы о наличии или отсутствии связи между показателями *X* и *Y*; *X* и *Z*.

№ п/п	*Объём продукции, тыс. руб., X*	*Издержки производства, тыс. руб., Y*	*Численность персонала, чел. Z*
1	6,2	121	555
2	4,8	328	655
3	7,2	225	755
4	6,7	520	725
5	10,4	223	565
6	5,8	524	545
7	11,2	129	785
8	10,7	526	725
9	6,6	429	715
10	10,2	722	855
11	11,8	225	485
12	7,8	622	655
13	8,6	526	595
14	6,2	529	965
15	6,2	625	855
16	6,3	429	455
17	6	423	575
18	7,2	528	845
19	7,7	629	655
20	3,2	825	535
21	5	728	555
22	6	726	975
23	4,1	529	465
24	3,8	824	855
25	9,8	225	865
26	4,6	322	855
27	5,6	422	845
28	7	423	825
29	6,1	125	745
30	9,6	625	465
31	10,8	526	865
32	10,5	829	565
33	9,6	528	455
34	8,8	826	855
35	10,9	824	455
36	10	822	895
37	8,8	523	785

№ п/п	Объём продукции, тыс. руб., X	Издержки производства, тыс. руб., Y	Численность персонала, чел. Z
38	6,6	422	755
39	6,2	721	765
40	9,4	722	745
41	8,1	924	455
42	6	624	825
43	5,6	524	815
44	4,7	428	765
45	10,3	725	465
46	7,9	428	945
47	9	822	455
48	10,4	824	465
49	7,3	728	545
50	12,3	223	565

РЕШЕНИЕ:

1) Сгруппируем предприятия в 5 групп по факторному показателю X. Величина равного интервала определяется по формуле:

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n} = \frac{12{,}3 - 3{,}2}{5} = 1{,}82.$$

Обозначим границы групп:

3,2 – 5,02 – 1-я группа;

5,02 – 6,84 – 2-я группа;

6,84 – 8,66 – 3-я группа;

8,66 – 10,48 – 4-я группа;

10,48 – 12,3 – 5-я группа.

Для каждого значения ряда подсчитаем, какое количество раз оно попадает в тот или иной интервал. Для этого сортируем ряд по возрастанию.

№ п/п	Объём продукции, тыс. руб., X	Границы групп	Число предприятий
1.	3.2	3.2 - 5.02	1
2.	3.8	3.2 - 5.02	2
3.	4.1	3.2 - 5.02	3
4.	4.6	3.2 - 5.02	4
5.	4.7	3.2 - 5.02	5
6.	4.8	3.2 - 5.02	6
7.	5	3.2 - 5.02	7
8.	5.6	5.02 - 6.84	1
9.	5.6	5.02 - 6.84	2
10.	5.8	5.02 - 6.84	3
11.	6	5.02 - 6.84	4
12.	6	5.02 - 6.84	5
13.	6	5.02 - 6.84	6
14.	6.1	5.02 - 6.84	7

№ п/п	***Объём продукции, тыс. руб., X***	**Границы групп**	***Число предприятий***
15.	6.2	5.02 - 6.84	8
16.	6.2	5.02 - 6.84	9
17.	6.2	5.02 - 6.84	10
18.	6.2	5.02 - 6.84	11
19.	6.3	5.02 - 6.84	12
20.	6.6	5.02 - 6.84	13
21.	6.6	5.02 - 6.84	14
22.	6.7	5.02 - 6.84	15
23.	7	6.84 - 8.66	1
24.	7.2	6.84 - 8.66	2
25.	7.2	6.84 - 8.66	3
26.	7.3	6.84 - 8.66	4
27.	7.7	6.84 - 8.66	5
28.	7.8	6.84 - 8.66	6
29.	7.9	6.84 - 8.66	7
30.	8.1	6.84 - 8.66	8
31.	8.6	6.84 - 8.66	9
32.	8.8	8.66 - 10.48	1
33.	8.8	8.66 - 10.48	2
34.	9	8.66 - 10.48	3
35.	9.4	8.66 - 10.48	4
36.	9.6	8.66 - 10.48	5
37.	9.6	8.66 - 10.48	6
38.	9.8	8.66 - 10.48	7
39.	10	8.66 - 10.48	8
40.	10.2	8.66 - 10.48	9
41.	10.3	8.66 - 10.48	10
42.	10.4	8.66 - 10.48	11
43.	10.4	8.66 - 10.48	12
44.	10.5	10.48 - 12.3	1
45.	10.7	10.48 - 12.3	2
46.	10.8	10.48 - 12.3	3
47.	10.9	10.48 - 12.3	4
48.	11.2	10.48 - 12.3	5
49.	11.8	10.48 - 12.3	6
50.	12.3	10.48 - 12.3	7

Рассчитаем средние значения каждого показателя по каждой группе и определим медиану и моду показателя X .

Группы	**№**	**К-во, n_j**	**$\sum X$**	**Xcp = $\sum X_j / n_j$**
3.2 - 5.02	20,24,23,26,44,2,21	7	30.2	4.31
5.02 - 6.84	27,43,6,17,22,42,29,1,14,15,3	15	92.1	6.14

6.84 - 8.66	28,3,18,49,19,12,46,41,13	9	68.8	7.64
8.66 - 10.48	34,37,47,40,30,33,25,36,10,45	12	116.3	9.69
10.48 - 12.3	32,8,31,35,7,11,50	7	78.2	11.17
Итого		**50**	**385.6**	

Рассчитаем средние значения каждого показателя по каждой группе.

Хср.	**К-во, n_j**	**∑Y**	**Yср.**	**∑Z**	**Zср.**
4.31	7	3984	569.14	4685	669.29
6.14	15	7164	477.6	11115	741
7.64	9	5033	559.22	6275	697.22
9.69	12	7587	632.25	7870	655.83
11.17	7	3282	468.86	4445	635

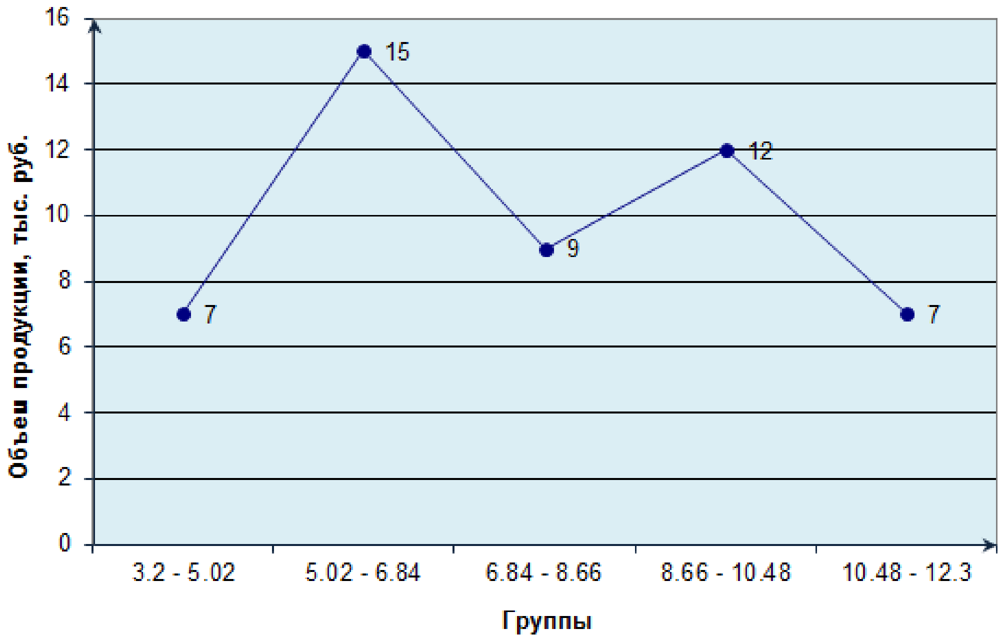
Мода.

Мода - наиболее часто встречающееся значение признака у единиц данной совокупности. Максимальное значение повторений при x = 6.2 (f = 4). Следовательно, мода равна 6,2.

Медиана.

Медианой (Ме) называется значение признака, приходящееся на середину ранжированной (упорядоченной) совокупности. Находим x_i, при котором накопленная частота S будет больше ∑n/2 = 25. Это значение x_i = 7,2. Таким образом, медиана равна 7,2.

Графическая интерпретация



2) Рассчитаем коэффициенты корреляции между *результативным показателем Z и факторным показателем X*.

Для расчета параметров регрессии построим расчетную таблицу:

№	X	Z	X^2	Z^2	X • Z
1	6.2	555	38.44	308025	3441
2	4.8	655	23.04	429025	3144
3	7.2	755	51.84	570025	5436
4	6.7	725	44.89	525625	4857.5
5	10.4	565	108.16	319225	5876
6	5.8	545	33.64	297025	3161
7	11.2	785	125.44	616225	8792
8	10.7	725	114.49	525625	7757.5
9	6.6	715	43.56	511225	4719
10	10.2	855	104.04	731025	8721
11	11.8	485	139.24	235225	5723
12	7.8	655	60.84	429025	5109
13	8.6	595	73.96	354025	5117
14	6.2	965	38.44	931225	5983
15	6.2	855	38.44	731025	5301
16	6.3	455	39.69	207025	2866.5
17	6	575	36	330625	3450
18	7.2	845	51.84	714025	6084
19	7.7	655	59.29	429025	5043.5
20	3.2	535	10.24	286225	1712
21	5	555	25	308025	2775
22	6	975	36	950625	5850
23	4.1	465	16.81	216225	1906.5
24	3.8	855	14.44	731025	3249
25	9.8	865	96.04	748225	8477
26	4.6	855	21.16	731025	3933
27	5.6	845	31.36	714025	4732
28	7	825	49	680625	5775
29	6.1	745	37.21	555025	4544.5
30	9.6	465	92.16	216225	4464
31	10.8	865	116.64	748225	9342
32	10.5	565	110.25	319225	5932.5
33	9.6	455	92.16	207025	4368
34	8.8	855	77.44	731025	7524
35	10.9	455	118.81	207025	4959.5
36	10	895	100	801025	8950
37	8.8	785	77.44	616225	6908
38	6.6	755	43.56	570025	4983
39	6.2	765	38.44	585225	4743
40	9.4	745	88.36	555025	7003
41	8.1	455	65.61	207025	3685.5
42	6	825	36	680625	4950

№	X	Z	X^2	Z^2	X • Z
43	5.6	815	31.36	664225	4564
44	4.7	765	22.09	585225	3595.5
45	10.3	465	106.09	216225	4789.5
46	7.9	945	62.41	893025	7465.5
47	9	455	81	207025	4095
48	10.4	465	108.16	216225	4836
49	7.3	545	53.29	297025	3978.5
50	12.3	565	151.29	319225	6949.5
Итого	**385.6**	**34390**	**3235.1**	**24957450**	**261622**

Выборочные средние.

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{385.6}{50} = 7.712$$

$$\overline{Z} = \frac{\sum Z_i}{n} = \frac{34390}{50} = 687.8$$

$$\overline{XZ} = \frac{\sum x_i z_i}{n} = \frac{261622}{50} = 5232.44$$

Выборочные дисперсии:

$$S^2(X) = \frac{\sum x^2_i}{n} - \overline{x}^2 = \frac{3235.1}{50} - 7.712^2 = 5.23$$

$$S^2(Z) = \frac{\sum z^2_i}{n} - \overline{z}^2 = \frac{24957450}{50} - 687.8^2 = 26080.16$$

Среднеквадратическое отклонение:

$S(X) = \sqrt{S^2(X)} = \sqrt{5.23} = 2.286$; $S(Z) = \sqrt{S^2(Z)} = \sqrt{26080.16} = 161.494$

Выборочный линейный коэффициент корреляции рассчитывается по формуле:

$$r_{xz} = \frac{\overline{x \cdot z} - \overline{x} \cdot \overline{z}}{S(x) \cdot S(z)} = \frac{5232.44 - 7.712 \cdot 687{,}8}{2{,}286 \cdot 161{,}494} = -0{,}195.$$

Линейный коэффициент корреляции принимает значения от –1 до +1. Связи между признаками могут быть слабыми и сильными (тесными). Их критерии оцениваются по шкале Чеддока:

$0.1 < r_{xy} < 0.3$: слабая; $0.3 < r_{xy} < 0.5$: умеренная; $0.5 < r_{xy} < 0.7$: заметная;
$0.7 < r_{xy} < 0.9$: высокая; $0.9 < r_{xy} < 1$: весьма высокая.

Вывод: В нашем примере связь между признаком Z (*численность персонала, чел.)* и фактором X (*объём продукции, тыс. руб.*) слабая и обратная.

Рассчитаем коэффициенты корреляции между *результативным показателем Y и факторным показателем X*.

Для расчета параметров регрессии построим расчетную таблицу:

№	X	Y	X^2	Y^2	X • Y
1	6.2	121	38.44	14641	750.2
2	4.8	328	23.04	107584	1574.4
3	7.2	225	51.84	50625	1620
4	6.7	520	44.89	270400	3484
5	10.4	223	108.16	49729	2319.2
6	5.8	524	33.64	274576	3039.2
7	11.2	129	125.44	16641	1444.8
8	10.7	526	114.49	276676	5628.2
9	6.6	429	43.56	184041	2831.4
10	10.2	722	104.04	521284	7364.4
11	11.8	225	139.24	50625	2655
12	7.8	622	60.84	386884	4851.6
13	8.6	526	73.96	276676	4523.6
14	6.2	529	38.44	279841	3279.8
15	6.2	625	38.44	390625	3875
16	6.3	429	39.69	184041	2702.7
17	6	423	36	178929	2538
18	7.2	528	51.84	278784	3801.6
19	7.7	629	59.29	395641	4843.3
20	3.2	825	10.24	680625	2640
21	5	728	25	529984	3640
22	6	726	36	527076	4356
23	4.1	529	16.81	279841	2168.9
24	3.8	824	14.44	678976	3131.2
25	9.8	225	96.04	50625	2205
26	4.6	322	21.16	103684	1481.2
27	5.6	422	31.36	178084	2363.2
28	7	423	49	178929	2961
29	6.1	125	37.21	15625	762.5
30	9.6	625	92.16	390625	6000
31	10.8	526	116.64	276676	5680.8
32	10.5	829	110.25	687241	8704.5
33	9.6	528	92.16	278784	5068.8
34	8.8	826	77.44	682276	7268.8
35	10.9	824	118.81	678976	8981.6
36	10	822	100	675684	8220
37	8.8	523	77.44	273529	4602.4
38	6.6	422	43.56	178084	2785.2
39	6.2	721	38.44	519841	4470.2
40	9.4	722	88.36	521284	6786.8
41	8.1	924	65.61	853776	7484.4
42	6	624	36	389376	3744
43	5.6	524	31.36	274576	2934.4
44	4.7	428	22.09	183184	2011.6

№	X	Y	X^2	Y^2	X • Y
45	10.3	725	106.09	525625	7467.5
46	7.9	428	62.41	183184	3381.2
47	9	822	81	675684	7398
48	10.4	824	108.16	678976	8569.6
49	7.3	728	53.29	529984	5314.4
50	12.3	223	151.29	49729	2742.9
Итого	**385.6**	**27050**	**3235.1**	**16918786**	**208452.5**

Выборочные средние.

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{385.6}{50} = 7.712. \qquad \overline{Y} = \frac{\sum Y_i}{n} = \frac{27050}{50} = 541\ ;$$

$$\overline{XY} = \frac{\sum x_i y_i}{n} = \frac{208452.5}{50} = 4169.05$$

Выборочные дисперсии:

$$S^2(X) = \frac{\sum x^2_i}{n} - \overline{x}^2 = \frac{3235.1}{50} - 7.712^2 = 5.23$$

$$S^2(Y) = \frac{\sum y^2_i}{n} - \overline{y}^2 = \frac{16918786}{50} - 541^2 = 45694.72$$

Среднеквадратическое отклонение

$$S(X) = \sqrt{S^2(X)} = \sqrt{5.23} = 2.286$$
$$S(Y) = \sqrt{S^2(Y)} = \sqrt{45694.72} = 213.763$$

Выборочный линейный коэффициент корреляции рассчитывается по формуле:

$$r_{yz} = \frac{\overline{x \cdot y} - \overline{x} \cdot \overline{y}}{S(X) \cdot S(Y)} = \frac{4169.05 - 7.712 \cdot 541}{2.286 \cdot 213.763} = -0{,}00643.$$

<u>**Вывод:**</u> В нашем примере связь между фактором *X* (*объем продукции, тыс. руб.)* и признаком *Y* (*издержки производства, тыс. руб.*) слабая и обратная.

Задание 2.

Выборочное наблюдение

1. Дан вес 100 пачек чая. Сформируйте из генеральной совокупности бесповторные выборки следующих типов:
   - Собственно-случайную 20%, используя таблицы случайных чисел;
   - Механическую 10%;
   - Серийную 10% таким образом, чтобы объем одной серии составлял 2 ед.
2. Для собственно-случайной выборки рассчитайте следующие характеристики:
   - Размах вариации;
   - Среднее линейное отклонение;
   - Средний вес пачки чая;
   - Дисперсия;
   - Ошибка среднего веса пачки чая;
   - Предельная ошибка среднего веса пачки с доверительной вероятностью p = 99,5% и границы среднего веса пачки во всей партии.

Таб. №	Вес пачки чая, г	Таб. №	Вес пачки чая, г	Таб. №	Вес пачки чая, г	Таб. №	Вес пачки чая, г
1	**50**	26	**50**	51	**42,4**	76	**48**
2	**50**	27	**42,4**	52	**52**	77	**45**
3	**42,4**	28	**54**	53	**51**	78	**40,4**
4	**40**	29	**50**	54	**41,4**	79	**52**
5	**42**	30	**45,4**	55	**46**	80	**54**
6	**48,4**	31	**50**	56	**46**	81	**42,4**
7	**42**	32	**52**	57	**48,4**	82	**46**
8	**48**	33	**42,4**	58	**46**	83	**54**
9	**40,4**	34	**48**	59	**46**	84	**40,4**
10	**56**	35	**52**	60	**45,4**	85	**51**
11	**49**	36	**48,4**	61	**50**	86	**50**
12	**46,4**	37	**40**	62	**52**	87	**45,4**
13	**50**	38	**46**	63	**52,4**	88	**50**
14	**50**	39	**52,4**	64	**50**	89	**50**
15	**50,4**	40	**40**	65	**48**	90	**42,4**
16	**55**	41	**45**	66	**46,4**	91	**50**
17	**50**	42	**40,4**	67	**52**	92	**51**
18	**40,4**	43	**50**	68	**42**	93	**40,4**
19	**40**	44	**51**	69	**40,4**	94	**52**
20	**50**	45	**51,4**	70	**52**	95	**52**
21	**48,4**	46	**53**	71	**51**	96	**42,4**
22	**42**	47	**56**	72	**46,4**	97	**55**
23	**48**	48	**40,4**	73	**42**	98	**48**
24	**48,4**	49	**45**	74	**48**	99	**40,4**
25	**50**	50	**56**	75	**42,4**	100	**50**

<u>РЕШЕНИЕ</u>:

1. Сформируем из генеральной совокупности бесповторную выборку следующего типа: **собственно-случайную 20%,** используя таблицы случайных чисел.

При *бесповторной выборке* единица, попавшая в выборочную совокупность, в генеральную не возвращается, т.е. объем генеральной совокупности в процессе исследования сокращается.

Количество отобранных в выборку единиц обычно определяется исходя из принятого процента выборки $К_В$: $n = \frac{К_в}{100} \cdot N$

Так при 20 %-ной выборке из партии в 100 ед. объем выборки составляет $n = \frac{20}{100} \cdot 100 = 20$ единиц, при 10 %-ной выборке – $n = \frac{10}{100} \cdot 100 = 10$ единиц.

Одним из способов извлечения случайной выборки является применение таблицы случайных чисел.

2057	0762	1429	8535	9029	9745	3458	5023	3502	2436
6435	2646	0295	6177	2755	3080	3275	0521	6623	1133
3278	0500	7573	7426	3188	0187	7707	3047	4901	3519
7888	6411	1631	6981	1972	4269	0022	3860	1580	6751
4022	6540	7804	5528	4690	3586	9839	6641	0404	0735
0888	3504	2651	9051	5764	7155	6489	2660	3341	8784

Все элементы исходной совокупности от 1 до N пронумерованы. Выбираем точку начала считывания случайных чисел из таблицы. Начав с выбранной точки, последовательно считываем цифры. Объединим эти цифры в группы, размер которых равен количеству цифр в числе N. Считывая подряд полученную последовательность чисел, выполняем следующие действия до тех пор пока не получим выборку из нужного количества элементов здесь 20:

20 57 07 62 14 29 85 35 90 29 97 45 34 58 50 23 35 02 24 36

Таким образом, получим ***собственно-случайную 20% выборку:***

Таб. № в собственно-случайной выборке	**Таб. № в исходной выборке**	**Вес пачки чая, г**
1.	20	50
2.	57	48,4
3.	07	42
4.	62	52
5.	14	50
6.	29	50
7.	85	51

Таб. № в собственно-случайной выборке	Таб. № в исходной выборке	Вес пачки чая, г
8.	35	52
9.	90	42,4
10.	29	50
11.	97	55
12.	45	51,4
13.	34	48
14.	58	46
15.	50	56
16.	23	48
17.	35	52
18.	02	50
19.	24	48,4
20.	36	48,4

Сформируем из генеральной совокупности бесповторную выборку следующего типа: **механическую 10%.**

Механическая выборка применяется, когда генеральная совокупность каким-либо способом упорядочена (например, списки избирателей по алфавиту, телефонные номера, номера домов, квартир). Отбор единиц осуществляется через определенный интервал, который равен обратному значению процента выборки. Так при 10% выборке отбирается каждая 10 единица =1/0,1. Начало отсчета выбирается разными способами: случайным образом, из середины интервала, со сменой начала отсчета.

Например, если первой единицей выбрана 8-я, то следующие 18, 28, 38, 48, 58, 68, 78, 88, 98.

Таким образом, получим ***механическую 10% выборку:***

Таб. № в механической выборке	Таб. № в исходной выборке	Вес пачки чая, г
1	8	48
2	18	40,4
3	28	54
4	38	46
5	48	40,4
6	58	46
7	68	42
8	78	40,4
9	88	50
10	98	48

Сформируем из генеральной совокупности бесповторную выборку следующего типа: **серийную 10%** таким образом, чтобы **объем одной серии составлял 2 ед.**

Серийный (или гнездовой) отбор применяется в случае, когда генеральная совокупность разбита на серии или группы до начала выборочного обследования. Этими сериями могут быть упаковки готовой продукции, студенческие группы, бригады. Серии для обследования выбираются механическим или собственно-случайным способом, а внутри серии производится сплошное обследование единиц.

Здесь на основе одного из рассмотренных ранее видов, методов и способов отбирается 100 • 0,1 = 10 пачек чая.

Например, если первой серией выбрана 13-я и 14-я пачки, то следующие 23,24; 33, 34, 43,44; 53,54.

Таким образом, получим ***серийную 10% , где объем одной серии составляет 2 единицы:***

Таб. № в серийной выборке	**Таб. № в исходной выборке**	**Вес пачки чая, г**
1	13	50
	14	50
2	23	48
	24	48,4
3	33	42,4
	34	48
4	43	50
	44	51
5	53	51
	54	41,4

2. Для собственно-случайной выборки из п.1. рассчитаем соответствующие характеристики. Проранжируем ряд. Для этого отсортируем его значения по возрастанию.

Таб. №	x	x^2	$\lvert x_i - x_{cp}\rvert$	$(x_i - x_{cp})^2$
7	42	1764	7,55	57,0025
90	42,4	1797,76	7,15	51,1225
58	46	2116	3,55	12,6025
34	48	2304	1,55	2,4025
23	48	2304	1,55	2,4025
57	48,4	2342,56	1,15	1,3225
24	48,4	2342,56	1,15	1,3225

Таб. №	*x*	x^2	$\lvert x_i - x_{cp}\rvert$	$(x_i - x_{cp})^2$
36	48,4	2342,56	1,15	1,3225
20	50	2500	0,45	0,2025
14	50	2500	0,45	0,2025
29	50	2500	0,45	0,2025
29	50	2500	0,45	0,2025
2	50	2500	0,45	0,2025
85	51	2601	1,45	2,1025
45	51,4	2641,96	1,85	3,4225
62	52	2704	2,45	6,0025
35	52	2704	2,45	6,0025
35	52	2704	2,45	6,0025
97	55	3025	5,45	29,7025
50	56	3136	6,45	41,6025
Сумма	**991**	**49329,4**	**49,6**	**225,35**

Размах вариации - разность между максимальным и минимальным значениями признака первичного ряда: $R = X_{\max} - X_{\min} = 56 - 42 = 14$.

Для оценки **среднего веса пачки чая** найдем *простую среднюю арифметическую:* $\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x}{n}$ или $\overline{x} = \frac{991}{20} = 49{,}55$ (г) – средний вес пачки чая.

Среднее линейное отклонение – вычисляют для того, чтобы учесть различия всех единиц исследуемой совокупности.

$$d = \frac{\sum \lvert x_i - \overline{x} \rvert}{n} = \frac{49{,}6}{20} = 2{,}5.$$

Дисперсия – характеризует меру разброса около ее среднего значения (мера рассеивания, т.е. отклонения от среднего).

$$D = \frac{\sum (x_i - \overline{x})^2}{n} \quad \text{или} \quad D = \frac{225{,}35}{20} = 11{,}268$$

Среднее квадратическое отклонение (**ошибка среднего веса пачки чая**).

$$\sigma = \sqrt{D} = \sqrt{11{,}268} = 3.357 \text{ грамма.}$$

Вывод: Каждое значение ряда отличается от среднего значения 49,6 в среднем на 3,357 *г.*

Доверительный интервал для генерального среднего:

$$(\overline{x} - t_{кр}\frac{s}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + t_{кр}\frac{s}{\sqrt{n}})$$

В этом случае $2Ф(t_{kp}) = \gamma = p/100 = 99{,}5\% / 100 = 0{,}995$.
$Ф(t_{kp}) = \gamma/2 = 0.995/2 = 0.4975$

По таблице функции Лапласа найдем, при каком t_{kp} значение $Ф(t_{kp}) = 0.4975$
$t_{kp}(\gamma) = (0.4975) = 2.82$.

Предельная ошибка среднего веса пачки с доверительной вероятностью $p = 99{,}5\%$ составит: $\varepsilon = t_{кр}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.82\,\frac{3{,}357}{\sqrt{20}} = 2{,}2$

Границы среднего веса пачки во всей партии составят:
(49,6 – 2.2; 49,6 + 2,2) = (47,4; 51,7).

Вывод: таким образом, с вероятностью 99,5% можно утверждать, что среднее значение при выборке большего объема не выйдет за пределы интервала (47,4; 51,7), т.е. **границы среднего веса пачки чая** составят: (47,4; 51,7).

Задание 3.

Относительные величины.

Вычислите по всем показателям затрат предприятия относительные величины следующих типов:

1. Относительная величина динамики.
2. Относительная величина структуры.
3. Относительная величина координации, базисом положите материальные затраты.
4. Относительная величина планового задания.
5. Относительная величина выполнения плана.

Расчеты представьте в табличном формате.

Показатели затрат, тыс. руб.	Сумма, руб.		
	базовый год	план на отчетный год	отчетный год
Затрат, всего:	11118	11428	12107
в т.ч. материальные затраты	2255	2259	2263
затраты на оплату труда	4560	4800	4780
ЕСН	1094	1152	1147
амортизация	709	713	717
прочие затраты	2500	2504	3200

РЕШЕНИЕ:

1. Относительная величина динамики

Относительная величина динамики (ОВД) характеризует изменение изучаемого явления во времени, выявляет направление развития, измеряет интенсивность развития.

$$ОВД = \frac{Уровень, фактически\ \ сложившийся\ \ в\ \ текущем\ \ периоде}{Уровень, фактически\ \ сложившийся\ \ в\ \ предшествующем\ \ или\ \ базисном\ \ периоде}$$

Расчеты представим в табличном формате.

Показатели затрат, тыс. руб.	Сумма, руб			ОВД
	базовый год	план на отчетный год	отчетный год	
	1	***2***	***3***	***= 3/1***
Затрат, всего:	11118	11428	12107	1,089
в т.ч. материальные затраты	2255	2259	2263	1,004
затраты на оплату труда	4560	4800	4780	1,048
ЕСН	1094	1152	1147	1,048
амортизация	709	713	717	1,011
прочие затраты	2500	2504	3200	1,280

Вывод.

Следовательно, материальные затраты в отчетном году увеличились по сравнению с базисным на 0,4%. Затраты на оплату труда в отчетном году увеличились по сравнению с базисным на 4,8%. Затраты на ЕСН в отчетном году увеличились по сравнению с базисным на 4,8%. Затраты на амортизацию в отчетном году увеличились по сравнению с базисным на 1,1%. Прочие затраты в отчетном году увеличились по сравнению с базисным на 28%. В целом затраты в отчетном году увеличились по сравнению с базисным на 8,9%.

2. Относительная величина структуры.

Относительная величина структуры – это показатель, характеризующий долю от состава изучаемых совокупностей. Относительная величина структуры определяется отношением абсолютной величины отдельного элемента статистической совокупности к абсолютной величине всей совокупности, т. е. как отношение части к общему (целому), и характеризует удельный вес части в целом, в форме процента.

$$ОВС = \frac{Уровень \ \ части \ \ совокупности}{Суммарный \ \ уровень \ \ совокупности \ \ в \ \ целом}$$

Вычислим относительную величину структуры каждого показателя затрат предприятия в отчетном году.

Показатели затрат, тыс. руб.	Сумма, руб.			*Относительная величина структуры*	
	базовый год	план на отчетный год	отчетный год		
	1	*2*	*3*		
Затрат, всего:	11118	11428	12107		1,00
в т.ч. материальные затраты	2255	2259	2263	2263/12107=	0,187
затраты на оплату труда	4560	4800	4780	4780/12107=	0,395
ЕСН	1094	1152	1147	1147/12107=	0,095
амортизация	709	713	717	717/12107=	0,059
прочие затраты	2500	2504	3200	3200/12107=	0,264

Вывод. Следовательно, материальные затраты составляют 18,7% от общего количества затрат предприятия в отчетном году. Затраты на оплату труда составляют 39,5% от общего количества затрат предприятия в отчетном году. Затраты на ЕСН составляют 9,5% и затраты на амортизацию составляют 5,9% от общего количества затрат предприятия в отчетном году. Прочие затраты составляют 26,4% от общего количества затрат предприятия в отчетном году.

3. Относительная величина координации, базисом положите материальные затраты.

Относительная величина координации представляет собой соотношение одной части совокупности к другой части этой совокупности:

$$ОВК = \frac{Уровень,характеризующий\ \ i-ю\ \ часть\ \ совокупности}{Уровень,характеризующий\ \ часть\ \ совокупности,выбранную\ \ в\ \ качестве\ \ базы\ \ сравнения}.$$

Расчеты представим в табличном формате.

Показатели затрат, тыс. руб.	Сумма, руб.			ОВК
	базовый год	план на отчетный год	отчетный год	
БАЗА - материальные затраты	***1***	***2***	***3***	
Затрат, всего:	1	2	3	
в т.ч. материальные затраты	11118	11428	12107	
затраты на оплату труда	2255	2259	2263	4780/2263= 2,112
ЕСН	4560	4800	4780	1147/2263= 0,507
амортизация	1094	1152	1147	717/2263= 0,317
прочие затраты	709	713	717	3200/2263= 1,414

Вывод. Следовательно, затраты на оплату труда в отчетном году превосходят материальные затраты в 2,112 раза. Затраты на ЕСН в отчетном году меньше материальных затрат в 0,507 раз. Затраты на амортизацию в отчетном году меньше материальных затрат в 0,317 раз. Прочие затраты в отчетном году больше материальных затрат в 1,414 раз.

4. Относительная величина планового задания.

Относительная величина планового задания используется в целях перспективного планирования деятельности субъектов финансово-хозяйственной сферы, а также для сравнения реально достигнутых результатов с ранее намеченными.

$$ОВПЗ = \frac{Уровень\ \ показателя,запланированный\ \ на\ \ предстоящий\ \ период\ \ (i+1)}{Уровень\ \ показателя,достигнутый\ \ в\ \ предыдущем\ \ периоде(i)}$$

Расчеты представим в табличном формате.

Показатели затрат, тыс. руб.	Сумма, руб.			ОВПЗ
	базовый год	план на отчетный год	отчетный год	
	1	***2***	***3***	***= 2/1***
Затрат, всего:	11118	11428	12107	1,028

в т.ч. материальные затраты	2255	2259	2263	1,002
затраты на оплату труда	4560	4800	4780	1,053
ЕСН	1094	1152	1147	1,053
амортизация	709	713	717	1,006
прочие затраты	2500	2504	3200	1,002

Вывод. Следовательно, материальные затраты по плану в отчетном году должны увеличиться по сравнению с базовым годом на 0,2%. Затраты на оплату труда по плану в отчетном году должны увеличиться по сравнению с базовым годом на 5,3%. Затраты на ЕСН по плану в отчетном году должны увеличиться по сравнению с базовым годом на 5,3%. Затраты на амортизацию по плану в отчетном году должны увеличиться по сравнению с базовым годом на 0,6%. Прочие затраты по плану в отчетном году должны увеличиться по сравнению с базовым годом на 0,2%. В целом затраты по плану в отчетном году должны увеличиться по сравнению с базовым годом на 2,8%.

5. Относительная величина выполнения плана.

Относительная величина выполнения плана выражает соотношение между фактическим и плановым уровнями показателя. Обычно они выражаются в процентах.

$$ОВВП = \frac{Уровень, фактически\ \ достигнутый\ \ в\ \ отчетном\ \ периоде}{Уровень, запланированный\ \ на\ \ отчетный\ \ период} \cdot 100\%.$$

Расчеты представим в табличном формате.

Показатели затрат, тыс. руб.	Сумма, руб			ОВВП
	базовый год	план на отчетный год	отчетный год	
	1	***2***	***3***	***= (3/2)*100%***
Затрат, всего:	11118	11428	12107	105,9%
в т.ч. материальные затраты	2255	2259	2263	100,2%
затраты на оплату труда	4560	4800	4780	99,6%
ЕСН	1094	1152	1147	99,6%
амортизация	709	713	717	100,6%
прочие затраты	2500	2504	3200	127,8%

Вывод. Следовательно материальные затраты в отчетном году увеличились по сравнению с плановыми на отчетный год на 0,2%. Затраты на оплату труда в отчетном году уменьшились по сравнению с плановыми на отчетный год на 0,4%. Затраты на ЕСН в отчетном году уменьшились по сравнению с плановыми на 0,4%. Затраты на амортизацию в отчетном году увеличились по сравнению с плановыми на 0,6%. Прочие затраты в отчетном году увеличились по сравнению с плановыми на 27,8%. И, в целом затраты в отчетном году увеличились по сравнению с планом на 5,9%.

Задание 4.

Средние показатели.

По таблице А найдите среднее значение продолжительности жизни по формуле средней простой, по таблице Б – по формуле средней взвешенной:

1. Геометрической.
2. Гармонической.
3. Арифметической.

Таблица А.

№	Значение, лет
1.	75
2.	77
3.	83
4.	59
5.	66
6.	61
7.	78
8.	72
9.	69
10.	81

Таблица Б.

№	Значение, лет	Число человек
1.	71	12
2.	84	2
3.	66	15
4.	62	1
5.	70	20
6.	68	11
7.	75	18
8.	60	8
9.	80	11
10.	90	1

Решение:

1. Таблица А. Средняя геометрическая простая: $\bar{x} = \sqrt[k]{\prod_{i=1}^{k} x_i}$.

Здесь: $\bar{x} = \sqrt[10]{75 \cdot 77 \cdot 83 \cdot 59 \cdot 66 \cdot 61 \cdot 78 \cdot 72 \cdot 69 \cdot 81} = 71{,}7$ (лет) среднее значение продолжительности жизни.

Таблица Б. Средняя геометрическая взвешенная.

$$\bar{x} = \left(\prod_{i=1}^{n} x_i^{w_i}\right)^{1/\sum_{i=1}^{n} w_i}$$

Здесь: $\bar{x} = (71^{12} \cdot 84^{2} \cdot 66^{15} \cdot 62^{1} \cdot 70^{20} \cdot 68^{11} \cdot 75^{18} \cdot 60^{8} \cdot 80^{11} \cdot 90^{1})^{1/99} = 70{,}7$ (лет) среднее значение продолжительности жизни.

2. Таблица А. Средняя гармоническая простая.

Эта форма средней имеет следующий вид: $\bar{x} = \dfrac{n}{\sum_{i=1}^{k} \dfrac{1}{x_i}}$.

Здесь $\bar{x} = \dfrac{n}{\sum_{i=1}^{k} \dfrac{1}{x_i}} = \dfrac{10}{0{,}140} = 71{,}2$ (лет), среднее значение продолжительности жизни.

№	*Значение, лет*	$\frac{1}{x_i}$
1.	75	0,013
2.	77	0,013
3.	83	0,012
4.	59	0,017
5.	66	0,015
6.	61	0,016
7.	78	0,013
8.	72	0,014
9.	69	0,014
10.	81	0,012
Сумма	**721**	**0,140**

Таблица Б. Средняя гармоническая взвешенная используется, когда известен числитель исходного соотношения средней, но неизвестен его знаменатель.

Здесь имеем:

$$\bar{x} = \frac{12+2+15+1+20+11+18+8+11+1}{\frac{12}{71}+\frac{2}{84}+\frac{15}{66}+\frac{1}{62}+\frac{20}{70}+\frac{11}{68}+\frac{18}{75}+\frac{8}{60}+\frac{11}{80}+\frac{1}{90}} = \frac{99}{1,4} = 70,4\,(\text{лет})$$ среднее значение продолжительности жизни.

3. Таблица А. Средняя арифметическая простая.

Эта форма средней используется в тех случаях, когда расчет осуществляется по несгруппированным данным.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}, \qquad (i = \overline{1,n}).$$

Здесь: $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{721}{10} = 72,1\,(\text{лет})$ среднее значение продолжительности жизни.

Таблица Б. Средняя арифметическая взвешенная. При расчете средних величин отдельные значения усредняемого признака могут повторяться, встречаться по нескольку раз. В подобных случаях расчет средней производится по сгруппи-рованным данным или вариационным рядам, которые могут быть дискретными или интервальными.

Здесь имеем:

$$\bar{x} = \frac{71\cdot12+84\cdot2+66\cdot15+62\cdot1+70\cdot20+68\cdot11+75\cdot18+60\cdot8+80\cdot11+90\cdot1}{12+2+15+1+20+11+18+8+11+1} = 70,9\,(\text{лет})$$

– среднее значение продолжительности жизни.

Задание 5.

Ряды динамики.

1. Найдите показатели интенсивности рядов динамики: абсолютный прирост; коэффициенты роста и прироста; темпы роста и прироста.
2. Определите средний темп роста и прироста.
3. Классифицируйте ряд динамики и определите средний уровень ряда.
4. Проверьте ряд на наличие тренда, используя любой метод.
5. Проведите непосредственное выделение тренда методом аналитического выравнивания. Обоснуйте выбор модели зависимости (линейная, квадратичная, экспоненциальная).
6. Постройте теоретическую линию зависимости (тренд). Нанесите на график фактические значения ряда.

Годы	Население, млн. чел.
1923	122,6
1933	145,6
1939	131,6
1940	142,1
1944	129,7
1945	134,8
1950	153,1
1960	168,6
1965	170,2
1968	172,5
1970	172,1
1973	174,5
1976	175,4
1978	183,9
1980	173,3

РЕШЕНИЕ:

Найдем показатели интенсивности ряда динамики: абсолютный прирост; коэффициенты роста и прироста; темпы роста и прироста.

Период	Население	Абсолютный прирост	Коэффициент роста	Коэффициент прироста	Темп роста, %	Темп прироста, %
1923	122,6	-	-	-	-	-
1933	145,6	23	1,19	0,19	118,76%	18,76%
1939	131,6	-14	0,90	-0,10	90,38%	-9,62%
1940	142,1	10,5	1,08	0,08	107,98%	7,98%
1944	129,7	-12,4	0,91	-0,09	91,27%	-8,73%

Период	Население	Абсолютный прирост	Коэффициент роста	Коэффициент прироста	Темп роста, %	Темп прироста, %
1945	134,8	5,1	1,04	0,04	103,93%	3,93%
1950	153,1	18,3	1,14	0,14	113,58%	13,58%
1960	168,6	15,5	1,10	0,10	110,12%	10,12%
1965	170,2	1,6	1,01	0,01	100,95%	0,95%
1968	172,5	2,3	1,01	0,01	101,35%	1,35%
1970	172,1	-0,4	1,00	0,00	99,77%	-0,23%
1973	174,5	2,4	1,01	0,01	101,39%	1,39%
1976	175,4	0,9	1,01	0,01	100,52%	0,52%
1978	183,9	8,5	1,05	0,05	104,85%	4,85%
1980	173,3	-10,6	0,94	-0,06	94,24%	-5,76%

Вывод: В 1980 по сравнению с 1978 население уменьшилось на 10,6 млн. чел. или на 5,76%. Максимальный прирост наблюдается в 1933 (23 млн. чел.) Минимальный прирост зафиксирован в 1939 (–14 млн. чел.). Темп наращения показывает, что тенденция ряда возрастающая, что свидетельствует об увеличении роста населения.

2. Определим средний темп роста и прироста.

Средний темп роста: $\overline{T_p} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}.$

$$\overline{T_p} = \sqrt[n-1]{\frac{173,3}{122,6}} = 1,025.$$

Вывод: в среднем за весь период рост населения составил 1,025 млн. чел.

Средний темп прироста:

$$\overline{T_{np}} = \overline{T_p} - 1.$$

$$\overline{T_{np}} = 1,025 - 1 = 0,025.$$

Вывод: в среднем с каждым годом население увеличивалась на 2,5%.

3. Классифицируем ряд динамики и определим средний уровень ряда**.**

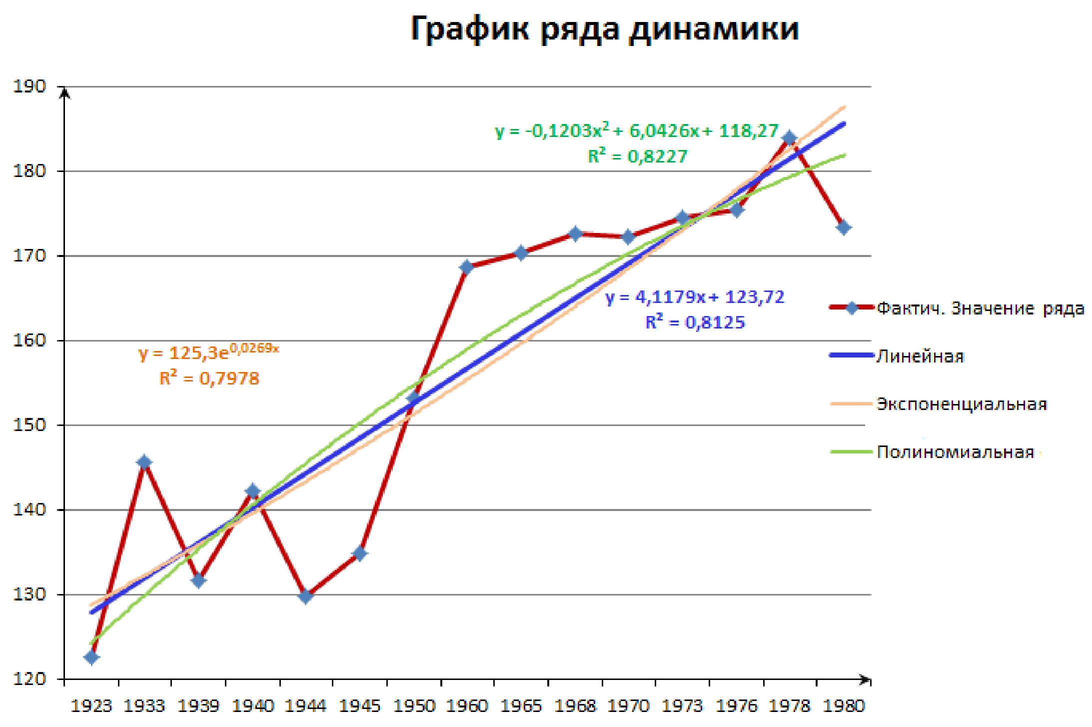
Уровни моментных рядов динамики характеризуют состояние изучаемого явления на определенные моменты времени.

№ п/п	Годы	Население, млн. чел. (y_i)	t_i	$\overline{y}$
1	1923	122,6	10	**154,04 млн. чел.**
2	1933	145,6	6	
3	1939	131,6	1	
4	1940	142,1	4	
5	1944	129,7	1	
6	1945	134,8	5	
7	1950	153,1	10	
8	1960	168,6	5	
9	1965	170,2	3	
10	1968	172,5	2	
11	1970	172,1	3	
12	1973	174,5	3	
13	1976	175,4	2	
14	1978	183,9	2	
15	1980	173,3		
Сумма:	**29344**	**2350**	**57**	

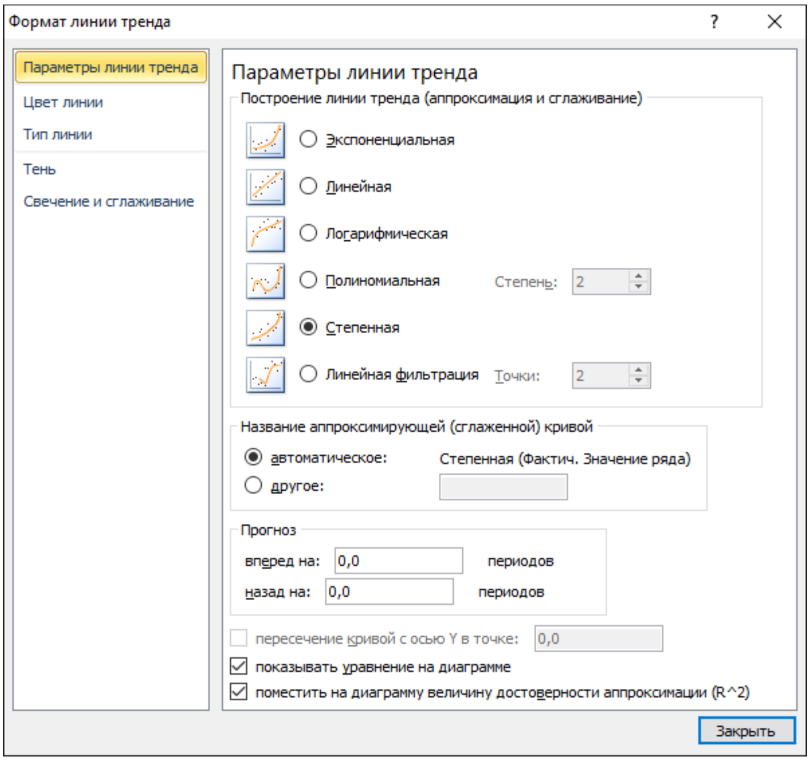
В случае *моментных рядов динамики с не равноотстоящими во времени уровнями* **средний уровень** определяется по формуле средней хронологической взвешенной:

$$\overline{y} = \frac{(y_1 + y_2)t_1 + (y_2 + y_3)t_2 + \ldots + (y_{n-1} + y_n)t_{n-1}}{2\sum_{i=1}^{n-1} t_i} = 154{,}04 \quad \textit{млн.чел.}$$

4. Проверим ряд на наличие тренда с использованием любого метода.



При задании формата линии тренда, помещаем на диаграмму величину достоверности аппроксимации: R^2.



5. Анализируем величину достоверности аппроксимации.

Для линейной модели: $R = \sqrt{R^2} = \sqrt{0{,}8125} = 0{,}90138.$

Для квадратичной модели: $R = \sqrt{R^2} = \sqrt{0{,}8227} = 0{,}907028.$

Для экспоненциальной модели: $R = \sqrt{R^2} = \sqrt{0{,}7978} = 0{,}8932.$

Делаем вывод, что наиболее точно аппроксимирует заданный ряд квадратичная модель тренда.

Уравнение тренда имеет вид $y = cx^2 + bx + a$

Находим параметры уравнения методом наименьших квадратов.

Система уравнений МНК:5

$$\begin{cases} an + b\sum x + c\sum x^2 = \sum y \\ a\sum x + b\sum x^2 + c\sum x^3 = \sum yx \\ a\sum x^2 + b\sum x^3 + c\sum x^4 = \sum yx^2 \end{cases}$$

t	y	x^2	y^2	x y	x^3	x^4	x^2 y
1	122.6	1	15030.76	122.6	1	1	122.6
2	145.6	4	21199.36	291.2	8	16	582.4
3	131.6	9	17318.56	394.8	27	81	1184.4
4	142.1	16	20192.41	568.4	64	256	2273.6
5	129.7	25	16822.09	648.5	125	625	3242.5
6	134.8	36	18171.04	808.8	216	1296	4852.8
7	153.1	49	23439.61	1071.7	343	2401	7501.9
8	168.6	64	28425.96	1348.8	512	4096	10790.4
9	170.2	81	28968.04	1531.8	729	6561	13786.2
10	172.5	100	29756.25	1725	1000	10000	17250
11	172.1	121	29618.41	1893.1	1331	14641	20824.1
12	174.5	144	30450.25	2094	1728	20736	25128
13	175.4	169	30765.16	2280.2	2197	28561	29642.6
14	183.9	196	33819.21	2574.6	2744	38416	36044.4
15	173.3	225	30032.89	2599.5	3375	50625	38992.5
Сумма	**2350**	**1240**	**374010**	**19953**	**14400**	**178312**	**212218.4**

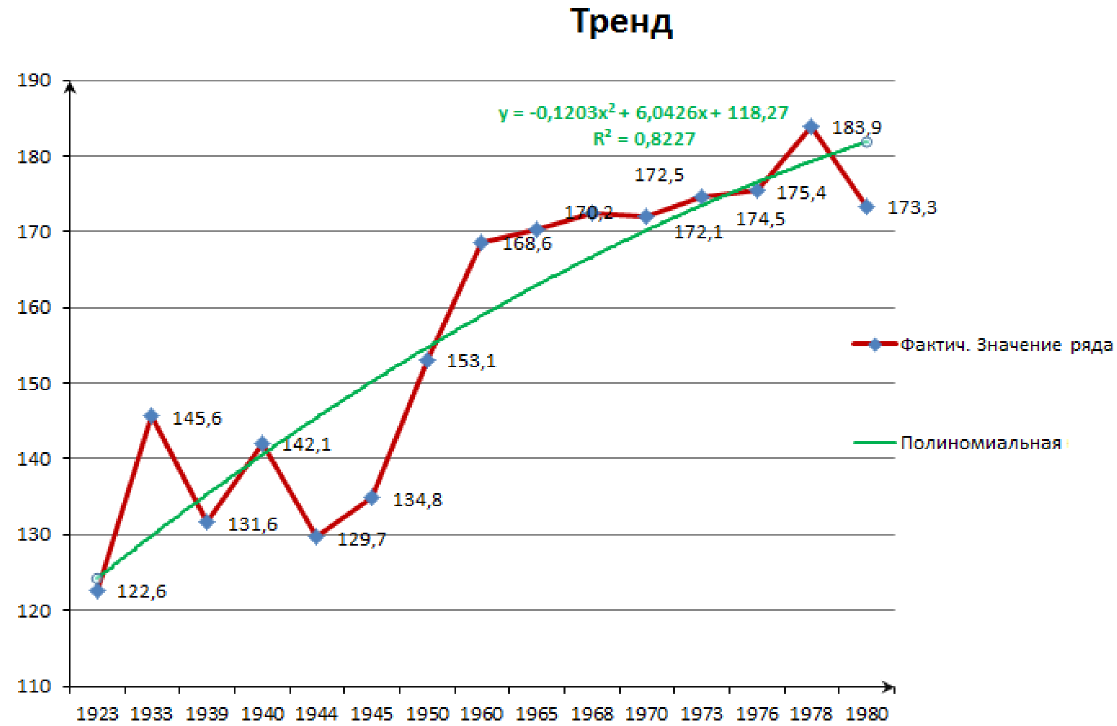
Для наших данных система уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} 15a + 120b + 1240c = 2350 \\ 120a + 1240b + 14400c = 19953 \\ 1240a + 14400b + 178312c = 212218.4 \end{cases}$$

Получаем c = – 0.12, b = 6.043, a = 118.27

Уравнение тренда: $\mathbf{y = -0.12x^2+6.043x+118.27}$

6. Построим тренд. Нанесем на график фактические значения ряда.



Задание 6.

Индексы.

1. Найдите индивидуальные индексы каждого из факторов по каждому субъекту рынка.
2. Найдите общие индексы в целом по всем субъектам рынка.
3. Найдите агрегатные индексы составляющих факторных показателей:
   - Индекс товарооборота;
   - Индекс физического объема;
   - Индекс цен.
4. Проверьте свойство агрегатных индексов: произведение индексов постоянного состава и структурных сдвигов равно индексу переменного состава.
5. С помощью индексного анализа найдите влияние каждого из факторов (цены, количества и обоих вместе) на результативный показатель (товарооборот). Сделайте выводы.

№ рынка	Базисный год		Текущий год	
	Количество предложенного товара, млн.ед. q_0	Цена за единицу товара, тыс. руб. p_0	Количество предложенного товара, млн.ед. q_1	Цена за единицу товара, тыс. руб. p_1
1	402	33	429	31
2	464	55	424	58
Итого:	**866**	**88**	**853**	**89**

РЕШЕНИЕ:

1. Найдем **индивидуальный индекс цены товара для 1-го рынка** по формуле: $i_p = \frac{p_1}{p_0} = \frac{31}{33} = 0{,}94$ или 94%, где p_1 – цена товара в текущем периоде; p_0 – цена товара в базисном периоде. Т.е., цена товара для первого рынка уменьшилась по сравнению с базисным годом на 6%.

Найдем **индивидуальный индекс цены товара для 2-го рынка** по формуле: $i_p = \frac{p_1}{p_0} = \frac{58}{55} = 1{,}05$ или 105%, где p_1 – цена товара в текущем периоде; p_0 – цена товара в базисном периоде. Т.е., цена товара для 2-го рынка увеличилась по сравнению с базисным годом на 5%.

Найдем **индивидуальный индекс физического объема реализации для первого рынка** по формуле: $i_q = \frac{q_1}{q_0} = \frac{429}{402} = 1{,}07$ или 107%, где q_1 – количество товара в текущем периоде; q_0 – количество товара в базисном периоде. Т.е., количество товара для первого рынка возросло по сравнению с базисным годом на 7%.

Найдем **индивидуальный индекс физического объема реализации для второго рынка** по формуле: $i_q = \frac{q_1}{q_0} = \frac{424}{464} = 0{,}91$ или 91%, где q_1 – количество товара в текущем периоде; q_0 – количество товара в базисном периоде. Т.е., количество товара для второго рынка уменьшилось по сравнению с базисным годом на 9%.

Найдем **индивидуальный индекс товарооборота для первого рынка** по формуле: $i_{pq} = \frac{p_1 \cdot q_1}{p_0 \cdot q_0} = \frac{31 \cdot 429}{33 \cdot 402} = 1{,}00$ или 100%. Т.е., товарооборот для первого рынка не изменился по сравнению с базисным годом.

Найдем **индивидуальный индекс товарооборота для второго рынка** по формуле: $i_{pq} = \frac{p_1 \cdot q_1}{p_0 \cdot q_0} = \frac{58 \cdot 424}{55 \cdot 464} = 0{,}96$ или 96%. Т.е., товарооборот для второго рынка уменьшился по сравнению с базисным годом на 4%.

Индивидуальные индексы объемных и качественных показателей, взаимосвязаны: $I_q \bullet I_p = I_{qp}$. Проверка: для 1-го рынка – 0,94• 1,07 = 1,00; для 2-го рынка – 1,05 •0,91 = 0,96.

2. Найдем **общие индексы в целом по всем субъектам рынка**.

Однородные явления можно непосредственно суммировать и исчислять индексы, характеризующие изменение не одного элемента, а группы элементов или всей совокупности в целом. Такие индексы называются **общими индексами.** Так, можно суммировать количество проданных однородных товаров по группе фирм и исчислить общий индекс физического объема реализации по формуле:

$$I_q = \frac{\sum q_1}{\sum q_0} = \frac{853}{866} = 0{,}985 \text{ или } 98{,}5\%.$$

Общий (сводный) индекс цены:

$$I_p = \frac{\sum p_1}{\sum p_0} = \frac{89}{88} = 1{,}01 \text{ или } 101\%.$$

Общий индекс товарооборота по формуле : $I_{pq} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_0} = \frac{37891}{38786} = 0{,}98$,

где знак Σ означает суммирование товарооборота по группе товаров.

Проверка: $I_p \cdot I_q = I_{pq}$ $\qquad 0{,}985 \cdot 1{,}01 = 0{,}98.$

3. Найдем агрегатные индексы составляющих факторных показателей.

Агрегатный индекс товарооборота исчисляется по формуле:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_0} = \frac{37891}{38786} = 0{,}98.$$

$\Delta Z_{pq} = \sum q_1 \bullet p_1 - \sum q_0 \bullet p_0 = 37891 – 38786 = –895$. За счет влияния всех факторов, общий товарооборот снизился на 2,3% или 895 тыс. руб.

Агрегатный индекс физического объема товарооборота должен показать **изменение** количества проданных **разнородных товаров**, поэтому в числителе его берется текущее количество товаров (q_1), а в знаменателе — базисное (q_0), т.е. индексируемый показатель изменяется, а взвешивание производится в одних и тех же ценах базисного период (p_0):

$$I_q = \frac{\sum p_0 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_0} = \frac{429 \cdot 33 + 424 \cdot 55}{402 \cdot 33 + 464 \cdot 55} = \frac{37477}{38786} = 0{,}966.$$

$\Delta Zq = \sum q_1 \bullet p_0 - \sum q_0 \bullet p_0 = 37477 - 38786 = –1309$.

За счет изменения объема продаж, товарооборот снизился на 3,4% или на 1309.

Агрегатный индекс цен по формуле немецкого экономиста Э.Пааше:

В числителе индекса — товарооборот текущего года, в знаменателе — товарооборот текущего года в ценах базисного периода

$$I_q = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_1} = \frac{429 \cdot 31 + 424 \cdot 58}{429 \cdot 33 + 424 \cdot 55} = \frac{37891}{37477} = 1.011.$$

$\Delta Z_p = \sum q_1 \bullet p_1 - \sum q_1 \bullet p_0 = 37891 - 37477 = 414$ тыс. руб.

За счет изменения цен сводный товарооборот возрос на 1,1% или на 414 тыс. руб.

4. Агрегатные индексы объемных и качественных показателей, построенные с различными весами, взаимосвязаны между собой так же, как индивидуальные индексы: произведение агрегатного индекса физического объема товарооборота на агрегатный индекс цен, дает агрегатный индекс товарооборота:

Покажем взаимосвязь индексов: $I = I_q \bullet I_p = 0{,}966 \bullet 1{,}011 = 0.98 = I_{qp.}$

Что и требовалось доказать.

5. Влияние каждого из факторов на результативный показатель подробно рассмотрено в пунктах 1 - 3.